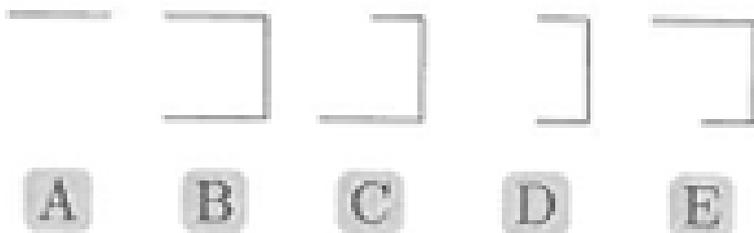




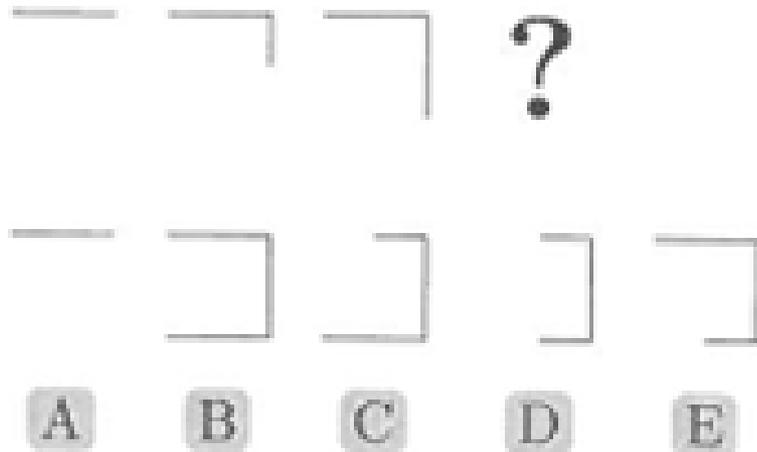
*Centro Studi  
Colombo*

*ESERCITAZIONE*  
*LOGICA ASTRATTA*

1) Completa la serie:

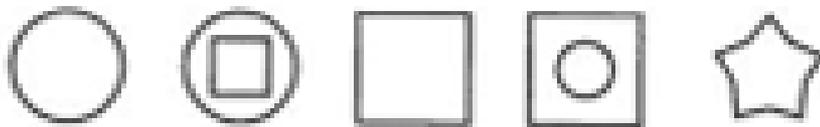
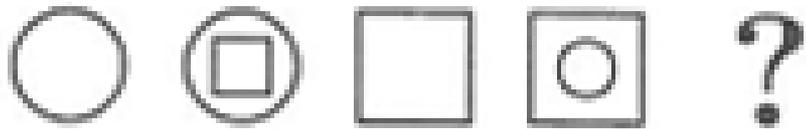


1) Completa la serie:



- 1) La risposta corretta è la **E**. Ogni spezzata è costruita prolungando la precedente di mezzo centimetro in senso orario.

2) Completa la serie:



A

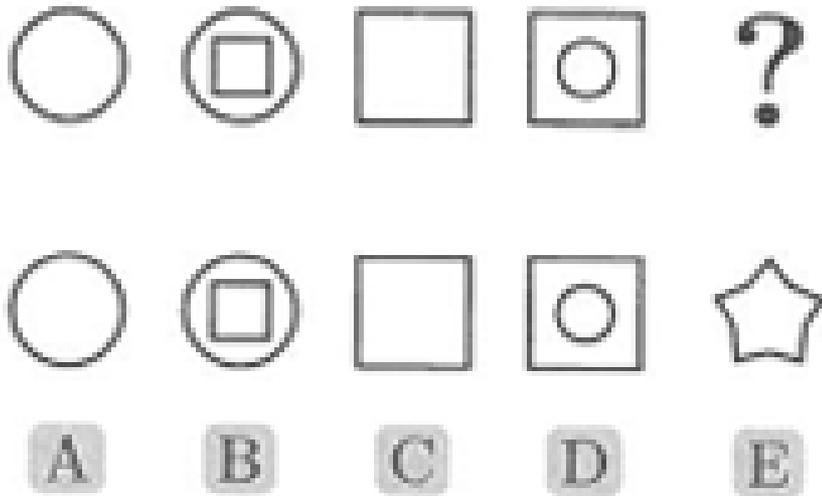
B

C

D

E

2) Completa la serie:



2) La risposta corretta è la **A**. Ogni figura in posizione dispari è uguale alla figura inscritta nella figura precedente.

3) Completa la serie:



A

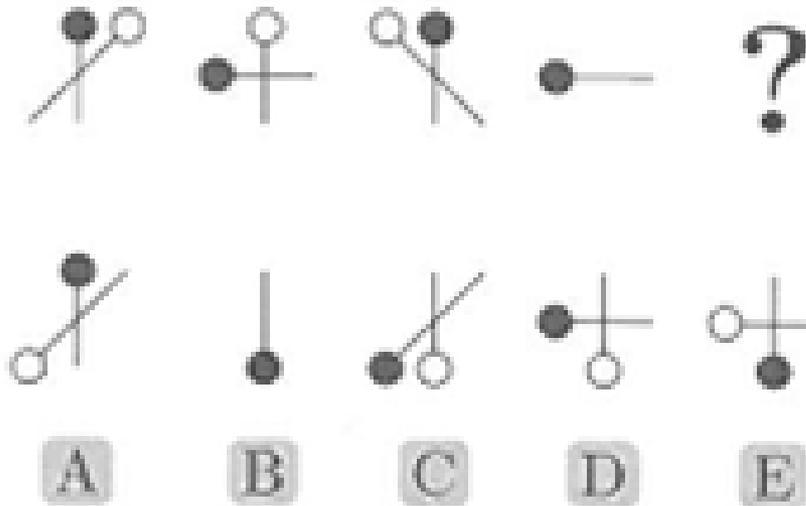
B

C

D

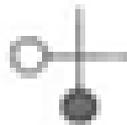
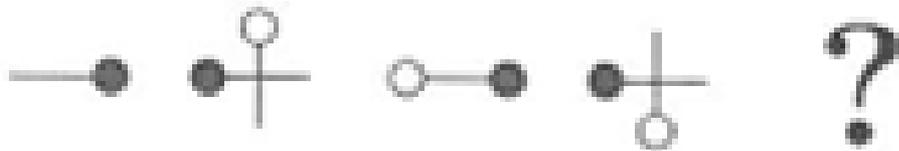
E

3) Completa la serie:



3) La risposta corretta è la **A**. Il segmento con il cerchio grigio si muove alternativamente tra Nord e Ovest, mentre quello con il cerchio bianco si muove in senso antiorario.

4) Completa la serie:



A

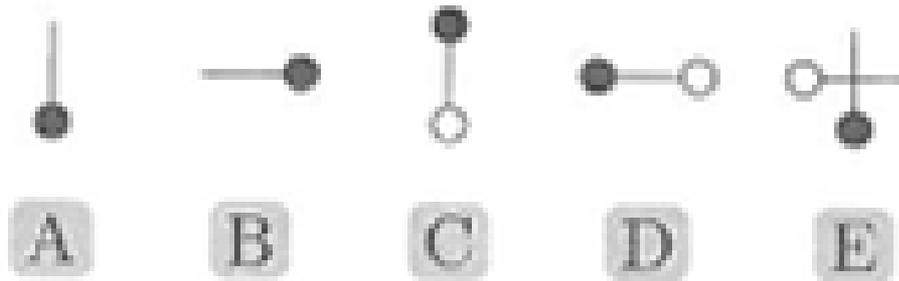
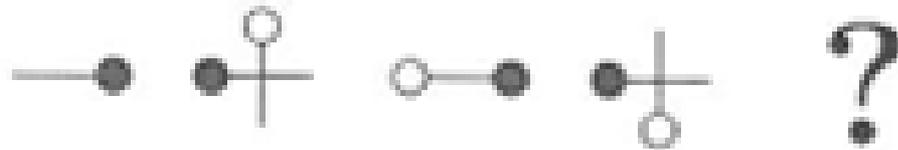
B

C

D

E

4) Completa la serie:



- 4) La risposta corretta è la **B**. In tutte le figure i segmenti orizzontali alternano la posizione del cerchio grigio tra Est e Ovest.

5) Completa la serie:



A B C D E

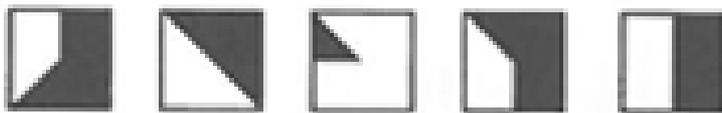
5) Completa la serie:



A B C D E

- 5) La risposta corretta è la **A**. Ogni nuova figura viene aggiunta sopra quella precedente, con alternanza quadrato - cerchio, ecc.

6) Completa la serie:



A

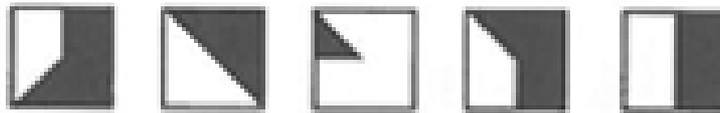
B

C

D

E

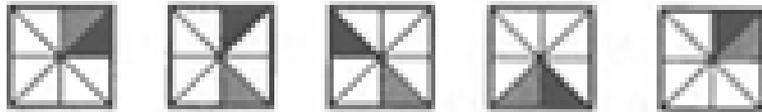
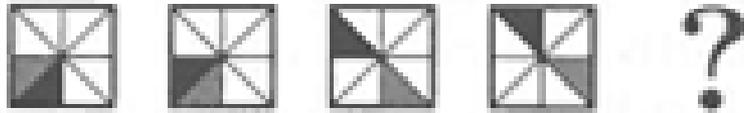
6) Completa la serie:



A B C D E

- 6) La risposta corretta è la **D**. In ogni quadrato l'area nera viene incrementata di  $\frac{1}{8}$  dell'area del quadrato, quindi nella quinta figura devono esserci  $\frac{5}{8}$  neri (figure **A** e **D**). Il secondo elemento è la rotazione della linea diagonale dell'area nera, che ruota in senso orario, la risposta corretta deve quindi necessariamente essere la **D**.

7) Completa la serie:



A

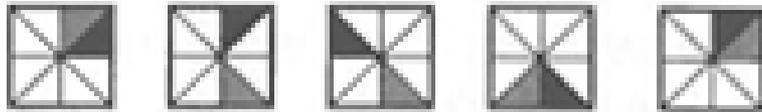
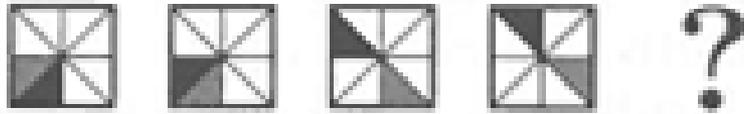
B

C

D

E

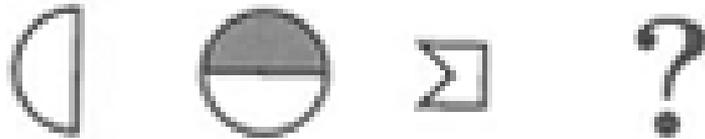
7) Completa la serie:



A B C D E

- 7) La risposta corretta è la **E**. Il triangolo grigio ruota in senso antiorario mentre quello nero in senso orario, entrambi spostandosi di un segmento per volta.

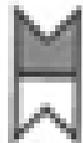
8) Completa la serie:



A



B



C

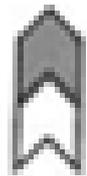
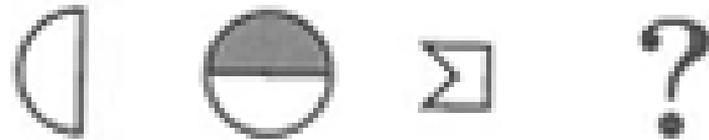


D



E

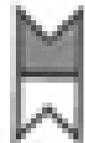
8) Completa la serie:



A



B



C



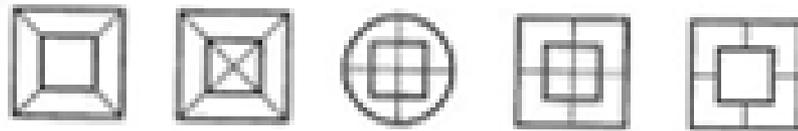
D



E

- 8) La risposta corretta è la **C**. La figura precedente ruota di 90 gradi in senso orario e la sua immagine invertita e colorata di grigio viene posizionata sopra di essa.

9) Completa la serie:



A

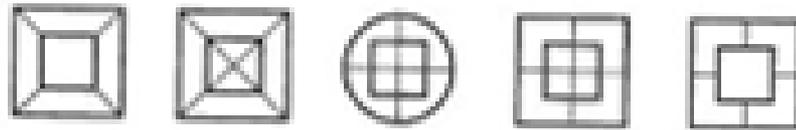
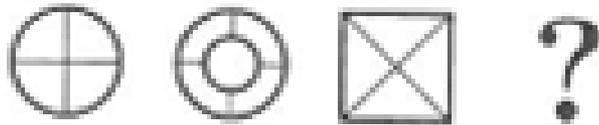
B

C

D

E

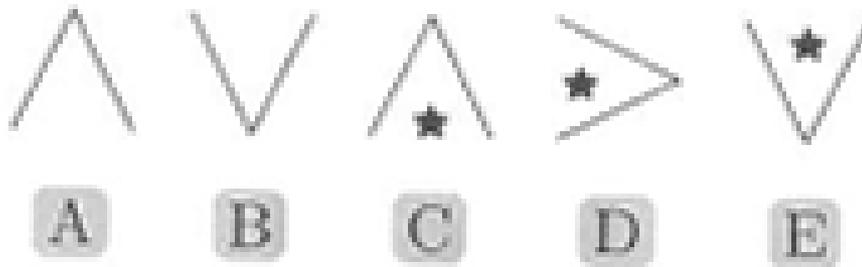
9) Completa la serie:



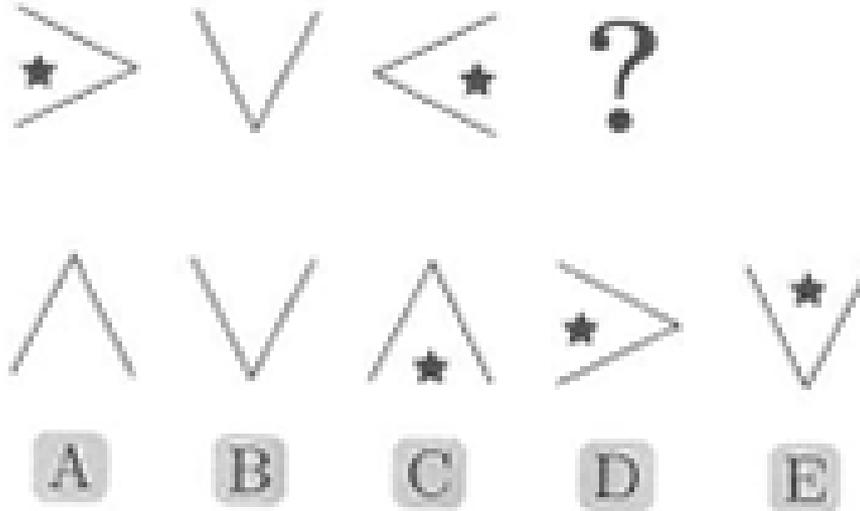
A B C D E

9) La risposta corretta è la **A**. Le figure pari contengono una figura inscritta che copre gli assi.

10) Completa la serie:



10) Completa la serie:



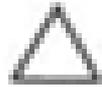
- 10) La risposta corretta è la **A**. Le figure ruotano di 90 gradi in senso orario, le figure pari non contengono la stella.

11) Completa la proporzione:

$$\blacktriangle : \blacktriangledown = \triangleleft : ?$$



A



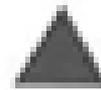
B



C

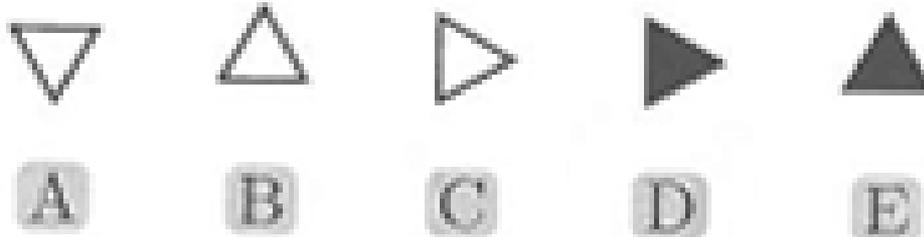


D



E

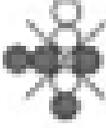
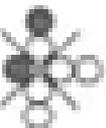
11) Completa la proporzione:



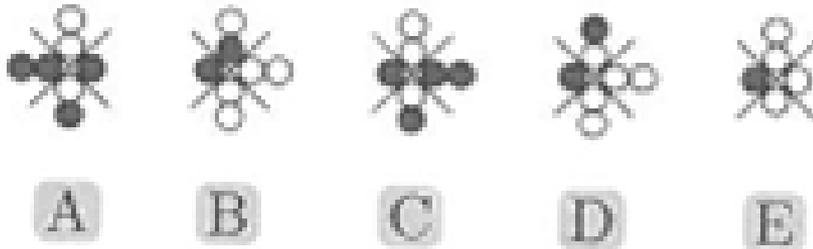
- 11) La risposta corretta è la **C**. Le figure pari invertono la posizione di quelle dispari (nord - sud; ovest - est).

12) Completa la proporzione:



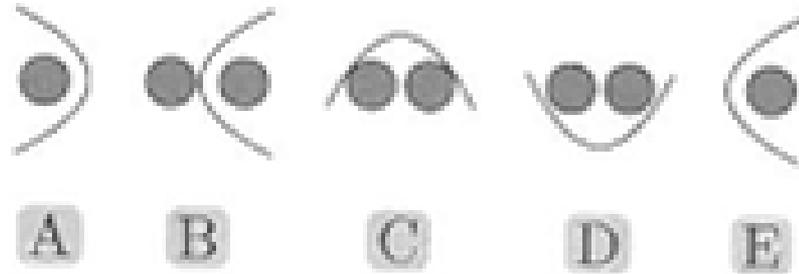
-   
**A**
-   
**B**
-   
**C**
-   
**D**
-   
**E**

12) Completa la proporzione:

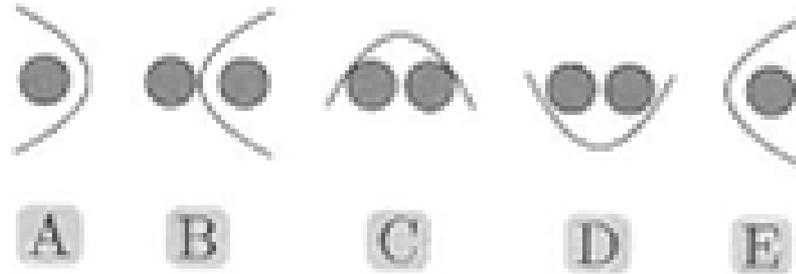


- 12) La risposta corretta è la **A**. Le figure a destra sono generate ribaltando quelle a sinistra rispetto all'asse delle  $y$ .

13) Trova l'intruso:



13) Trova l'intruso:



13) La risposta corretta è la **B**. La seconda è l'unica figura che ha cerchi da entrambi i lati della curva.

14) Trova l'intruso:



A



B



C

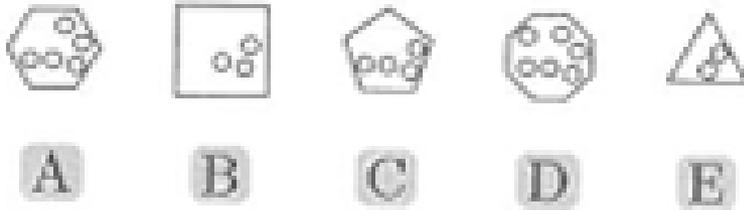


D



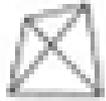
E

14) Trova l'intruso:



- 14) La risposta corretta è la **D**. La somma dei lati e dei cerchi interni è sempre dispari tranne nella quarta figura.

15) Trova l'intruso:



A



B



C

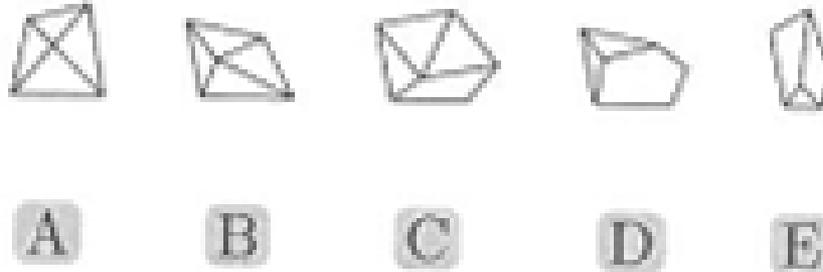


D



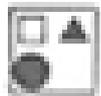
E

15) Trova l'intruso:



- 15) La risposta corretta è la **A**. La prima figura è l'unica in cui i segmenti interni congiungono i vertici della figura.

16) Trova l'intruso:



A

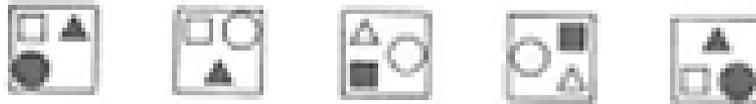
B

C

D

E

16) Trova l'intruso:



A B C D E

- 16) La risposta corretta è la **A**. La prima figura è l'unica in cui nessuna delle figure interne è posta al centro rispetto alle altre due.

- 17) Tra i diagrammi di figura 1.1, individuare il diagramma che soddisfa la relazione insiemistica esistente tra i seguenti termini:  
Avvocati, Persone loquaci, Persone severe.

A 1

B 2

C 3

D 4

E 5

- 17) Tra i diagrammi di figura 1.1, individuare il diagramma che soddisfa la relazione insiemistica esistente tra i seguenti termini:  
Avvocati, Persone loquaci, Persone severe.

- A 1
- B 2
- C 3
- D 4
- E 5

- 17) La risposta corretta è la  E. Ogni categoria può avere membri in comune con le altre due.

22) Individuare l'alternativa che riporta la stessa successione di elementi rispetto alla sequenza LPLPLLPL

- A LPLLPPPL
- B LPLLPLPL
- C LLPLPLPL
- D LPLLLPPL
- E LPLPLLPL

22) Individuare l'alternativa che riporta la stessa successione di elementi rispetto alla sequenza LPLPLLPL

- A LPLLPPPL
- B LPLLPLPL
- C LLPLPLPL
- D LPLLLPPL
- E LPLPLLPL

22) La risposta corretta è la E. Confrontiamo:  
LPLPLLPL  
LPLPLLPL

23) Individuare tra le alternative quella che contiene un'inesattezza rispetto a:

Coluccia Mario, Via Petrarca 33, Miggiano (LE)

Adamo Carlo, Via Cavour 42, Marina Di Nocera Terinese (CZ)

Pavan Rosa, Via Ruffo 2, Verona (VR)

- A Coluccia Mario, Via Petrarca 33, Miggiano (LE)
- B Pavan Michele, Via Ruffo 2, Verona (VR)
- C Pavan Rosa, Via Ruffo 2, Verona (VR)
- D Adamo Carlo, Via Cavour 42, Marina Di Nocera Terinese (CZ)
- E nessuna alternativa risponde correttamente al quesito

- 23) Individuare tra le alternative quella che contiene un'inesattezza rispetto a:

Coluccia Mario, Via Petrarca 33, Miggiano (LE)

Adamo Carlo, Via Cavour 42, Marina Di Nocera Terinese (CZ)

Pavan Rosa, Via Ruffo 2, Verona (VR)

- A Coluccia Mario, Via Petrarca 33, Miggiano (LE)
- B Pavan Michele, Via Ruffo 2, Verona (VR)
- C Pavan Rosa, Via Ruffo 2, Verona (VR)
- D Adamo Carlo, Via Cavour 42, Marina Di Nocera Terinese (CZ)
- E nessuna alternativa risponde correttamente al quesito

- 23) La risposta corretta è la  B. Pavan Michele è l'unico individuo che non compare nella traccia.

24) Sulla base delle ruote dentate di figura 4.2, se la ruota C gira in senso orario, in che senso gira la ruota F?

- A nello stesso senso di E
- B nello stesso senso di D
- C in senso orario
- D nello stesso senso di G
- E la ruota non può funzionare

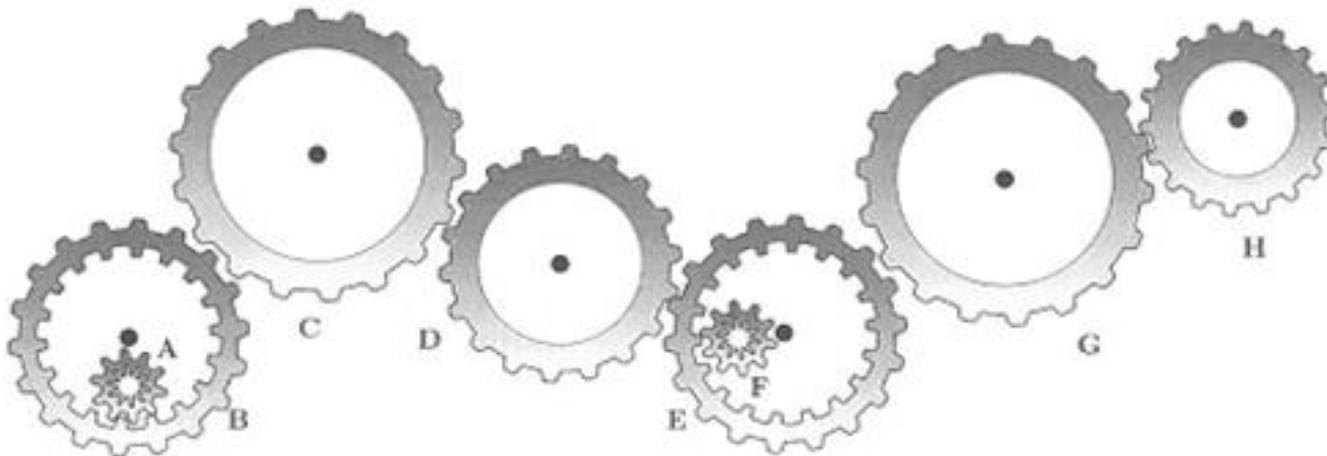


Figura 4.2: Ruote dentate

24) Sulla base delle ruote dentate di figura 4.2, se la ruota C gira in senso orario, in che senso gira la ruota F?

- A nello stesso senso di E
- B nello stesso senso di D
- C in senso orario
- D nello stesso senso di G
- E la ruota non può funzionare

24) La risposta corretta è la **C**. F girerà nello stesso senso di E, che riceve una rotazione oraria da D, che a sua volta ruotava in senso antiorario.

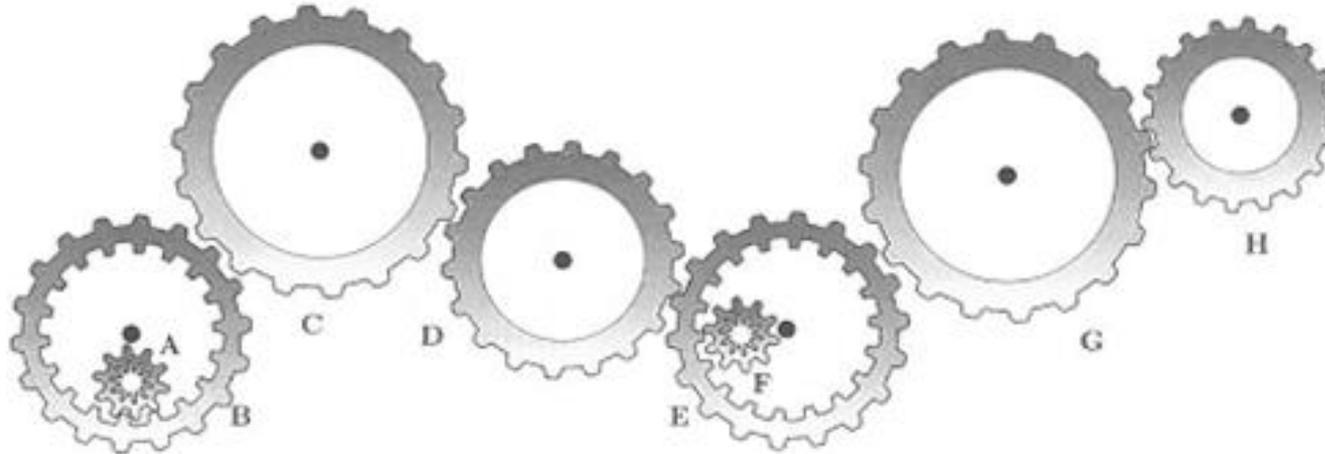


Figura 4.2: Ruote dentate

25) Sulla base delle ruote dentate di figura 4.2, se la ruota A gira in senso antiorario, in che senso gira la ruota F?

- A orario
- B antiorario
- C nello stesso senso di B
- D nello stesso senso di D
- E la ruota non può funzionare

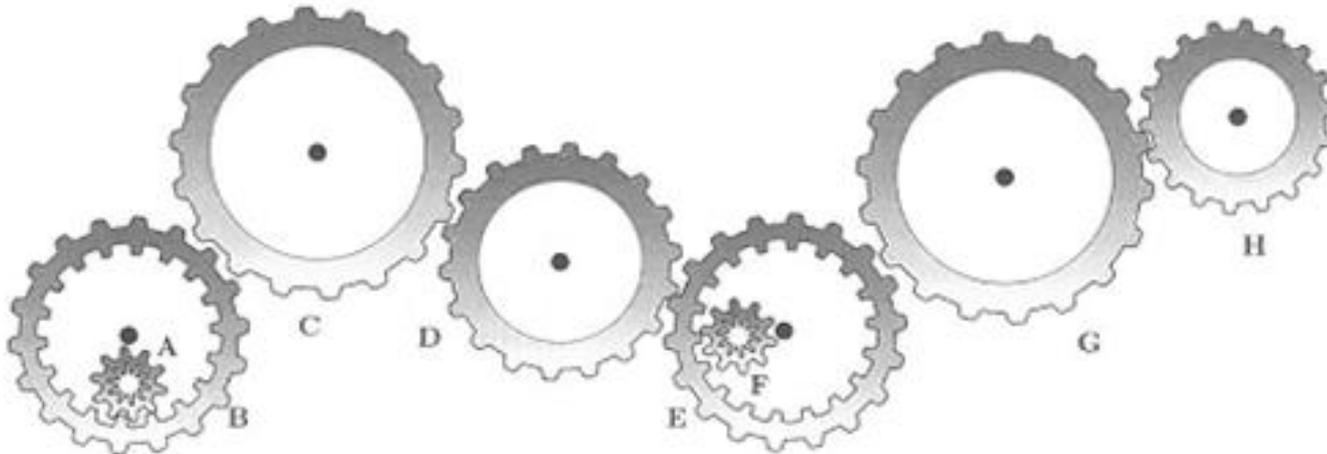


Figura 4.2: Ruote dentate

25) Sulla base delle ruote dentate di figura 4.2, se la ruota A gira in senso antiorario, in che senso gira la ruota F?

- A orario
- B antiorario
- C nello stesso senso di B
- D nello stesso senso di D
- E la ruota non può funzionare

25) La risposta corretta è la **A**. A trasmette una rotazione antioraria a B, che trasmette una rotazione oraria a C, che trasmette una rotazione antioraria a D, che trasmette una rotazione oraria a E e di conseguenza anche ad F.

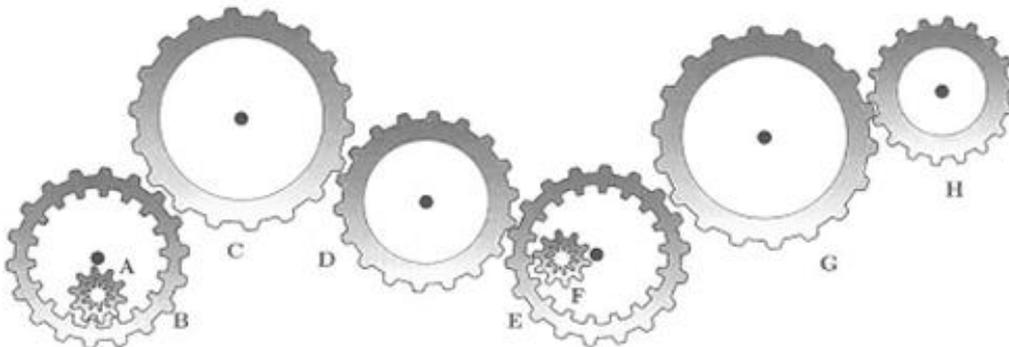
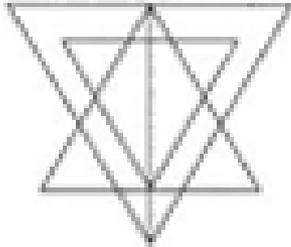


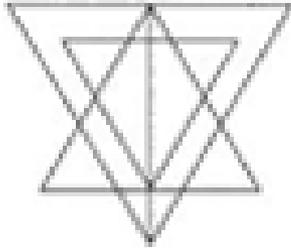
Figura 4.2: Ruote dentate

26) Da quanti triangoli è composta la seguente figura?



- A 27
- B 23
- C 25
- D 21
- E 28

26) Da quanti triangoli è composta la seguente figura?



- A 27
- B 23
- C 25
- D 21
- E 28

26) La risposta corretta è la **A**. Quesito di pura osservazione, è molto importante non trascurare i triangoli che nascono dalle intersezioni di lati di triangoli diversi.

27) Quale delle alternative rappresenta la seguente sequenza numerica allo specchio?

247596

- A 341296
- B 247596
- C 341296
- D 247596
- E nessuna delle precedenti

27) Quale delle alternative rappresenta la seguente sequenza numerica allo specchio?

247596

- A 965742
- B 247596
- C 341596
- D 247592
- E nessuna delle precedenti

27) La risposta corretta è la **A**. La risposta **B** contiene la stringa ruotata di 180 gradi, la risposta **C** contiene una riflessione parziale, in cui il 5 non è stato riflesso. La risposta **D** contiene una diversa stringa di numeri.

28) Quale delle alternative rappresenta la seguente sequenza alfanumerica allo specchio?

**A596E**

- A E965A
- B EA296
- C A596E
- D A296E
- E nessuna delle precedenti

28) Quale delle alternative rappresenta la seguente sequenza alfanumerica allo specchio?

**A596E**

**A** E965A

**B** 596AE

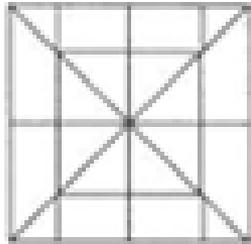
**C** A596E

**D** E965A

**E** nessuna delle precedenti

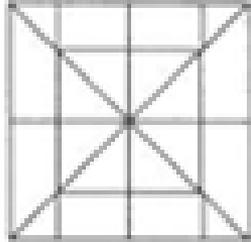
28) La risposta corretta è la **A**. La risposta **D** è una riflessione parziale (manca il 6), le altre risposte non contengono riflessioni della stringa di partenza.

29) Quanti sono i quadrati contenuti nella figura seguente?



- A 13
- B 16
- C 19
- D 20
- E 22

29) Quanti sono i quadrati contenuti nella figura seguente?



- A 13
- B 16
- C 19
- D 20
- E 22

29) La risposta corretta è la **B**. In questo caso bisogna prestare attenzione a non confondere i quadrati con i rettangoli.

30) Con riferimento alla matrice di figura 4.3, quanto fa  $^3 - X$ ?

- A 7
- B 16
- C -7
- D 10
- E 5

»	R	R	X	&	»	&	&	&	R
<	<	Y	f	<sup>3</sup>	X	f	<sup>3</sup>	»	<sup>3</sup>
&	<sup>3</sup>	<sup>3</sup>	»	#	<sup>3</sup>	&	R	f	X
»	X	f	<	f	R	R	<sup>3</sup>	R	f
<sup>3</sup>	f	X	X	<sup>3</sup>	Y	<	X	<sup>3</sup>	&
<sup>3</sup>	&	<sup>3</sup>	<sup>3</sup>	<sup>3</sup>	f	»	f	X	<
#	<	X	f	»	f	&	<sup>3</sup>	f	Y
<	»	&	#	<	Y	f	R	<sup>3</sup>	&
»	»	»	f	X	<sup>3</sup>	R	<	#	»

Figura 4.3: Matrice con simboli casuali

30) Con riferimento alla matrice di figura 4.3, quanto fa  $3 - X$ ?

- A** 7
- B** 16
- C** -7
- D** 10
- E** 5

»	R	R	X	&	»	&	&	&	R
<	<	Y	f	3	X	f	3	»	3
&	3	3	»	#	3	&	R	f	X
»	X	f	<	f	R	R	3	R	f
3	f	X	X	3	Y	<	X	3	&
3	&	3	3	3	f	»	f	X	<
#	<	X	f	»	f	&	3	f	Y
<	»	&	#	<	Y	f	R	3	&
»	»	»	f	X	3	R	<	#	»

Figura 4.3: Matrice con simboli casuali

30) La risposta corretta è la **A**.  $17 - 10 = 7$

31) Con riferimento alla matrice di figura 4.3, quanto fa  $\langle -\#$ ?

- A 17
- B 16
- C -7
- D 10
- E 5

»	R	R	X	&	»	&	&	&	R
<	<	Y	f	3	X	f	3	»	3
&	3	3	»	#	3	&	R	f	X
»	X	f	<	f	R	R	3	R	f
3	f	X	X	3	Y	<	X	3	&
3	&	3	3	3	f	»	f	X	<
#	<	X	f	»	f	&	3	f	Y
<	»	&	#	<	Y	f	R	3	&
»	»	»	f	X	3	R	<	#	»

Figura 4.3: Matrice con simboli casuali

31) Con riferimento alla matrice di figura 4.3, quanto fa  $< - \#$ ?

- A 17
- B 16
- C -7
- D 10
- E 5

»	R	R	X	&	»	&	&	&	R
<	<	Y	f	3	X	f	3	»	3
&	3	3	»	#	3	&	R	f	X
»	X	f	<	f	R	R	3	R	f
3	f	X	X	3	Y	<	X	3	&
3	&	3	3	3	f	»	f	X	<
#	<	X	f	»	f	&	3	f	Y
<	»	&	#	<	Y	f	R	3	&
»	»	»	f	X	3	R	<	#	»

Figura 4.3: Matrice con simboli casuali

31) La risposta corretta è la **E**.  $10 - 5 = 5$

32) Con riferimento alla matrice di figura 4.3, quante sono le lettere dell'alfabeto?

- A 19
- B 22
- C 18
- D 20
- E 17

32) Con riferimento alla matrice di figura 4.3, quante sono le lettere dell'alfabeto?

- A 19
- B 22
- C 18
- D 20
- E 17

32) La risposta corretta è la  A . Bisogna considerare solo le **R** e le **X**, altri simboli che contengono lettere dell'alfabeto (come il simbolo dello Yen) non possono essere considerati lettere.

33) Se tutte le sottofigure ruotano nello stesso modo, quale delle opzioni corrisponde alla rotazione a 270 gradi in senso orario della figura data?



A



B



C



D



E

- 33) Se tutte le sottofigure ruotano nello stesso modo, quale delle opzioni corrisponde alla rotazione a 270 gradi in senso orario della figura data?



A



B



C



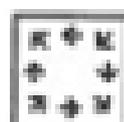
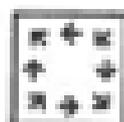
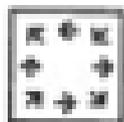
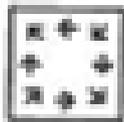
D



E

- 33) La risposta corretta è la **A**. Poiché sappiamo che tutte le figure ruotano nello stesso senso, è sufficiente seguire la rotazione del triangolo più sullo sfondo.

34) Trova l'intruso:



A

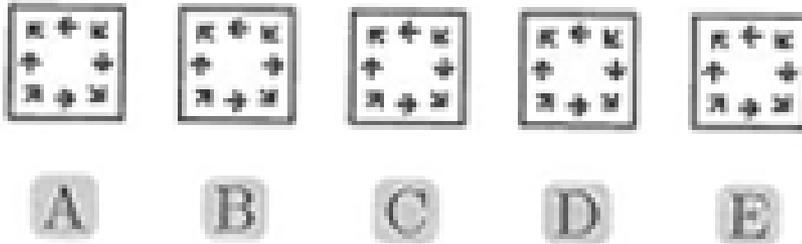
B

C

D

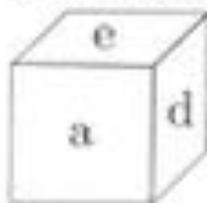
E

34) Trova l'intruso:



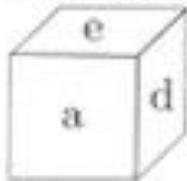
34) La risposta corretta è la **B**. Le altre figure sono esattamente uguali, la figura **B** contiene una freccia ruotata diversamente in posizione est.

35) In un dado, se le lettere  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ , sono disposte sulle facce adiacenti in senso orario, mentre  $e$  ed  $f$  sono disposte sulla faccia superiore e inferiore, quando la lettera  $c$  si trova sulla faccia superiore, che lettera comparirà sulla faccia inferiore?



- A a
- B c
- C b
- D d
- E e

- 35) In un dado, se le lettere  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ , sono disposte sulle facce adiacenti in senso orario, mentre  $e$  ed  $f$  sono disposte sulla faccia superiore e inferiore, quando la lettera  $c$  si trova sulla faccia superiore, che lettera comparirà sulla faccia inferiore?



- A a
- B c
- C b
- D d
- E e

- 35) La risposta corretta è la **A**. Nella figura riportata la  $c$  si trova alle spalle della  $a$ . Quindi, quando la  $c$  sarà sulla faccia superiore la  $a$  sarà su quella inferiore.

36) Sulla base dei diagrammi di flusso di figura 4.4, indicare quale diagramma corrisponde esattamente alle attività proposte.

Preparare le zucchine per la parmigiana

- mettere le zucchine sotto peso;  
- attendere 90 minuti;  
- le zucchine sono rinsecchite?;

Sì: - procedere alla fase successiva;

No: - attendere altri 90 minuti.

- A diagrammi 1
- B diagrammi 2
- C diagrammi 3
- D diagrammi 4
- E diagrammi 5

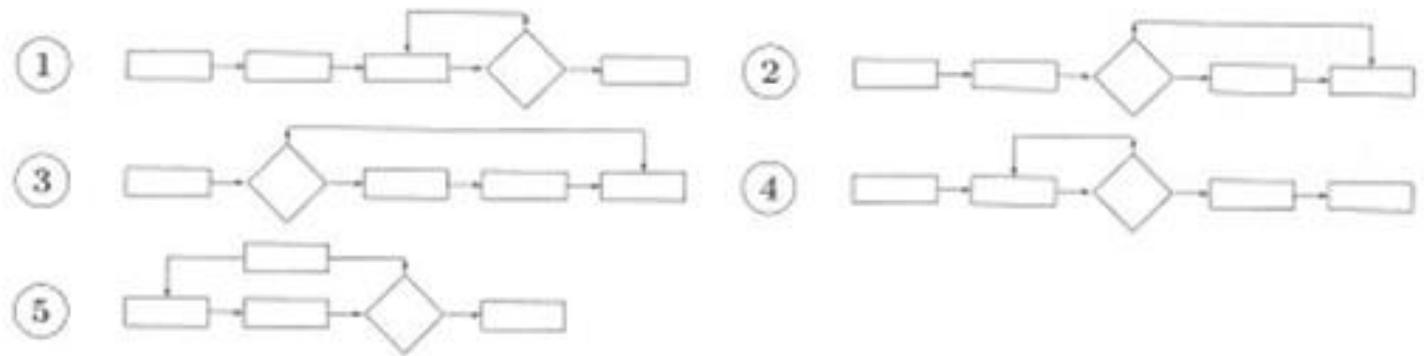


Figura 4.4: Diagrammi di flusso

36) Sulla base dei diagrammi di flusso di figura 4.4, indicare quale diagramma corrisponde esattamente alle attività proposte.

Preparare le zucchine per la parmigiana

- mettere le zucchine sotto peso;  
- attendere 90 minuti;  
- le zucchine sono rinsecchite?;

Sì: - procedere alla fase successiva;

No: - attendere altri 90 minuti.

- A diagrammi 1
- B diagrammi 2
- C diagrammi 3
- D diagrammi 4
- E diagrammi 5

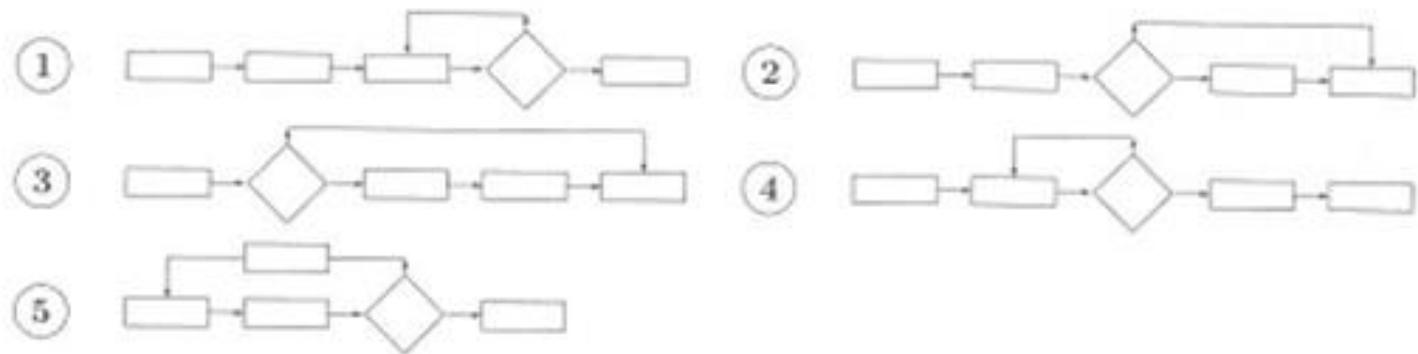


Figura 4.4: Diagrammi di flusso

36) La risposta corretta è la **A**. L'evento con due esiti deve essere collocato in terza posizione e deve prevedere un esito che fa ritornare all'evento subito precedente, come nel diagramma 4.

37) Sulla base dei diagrammi di flusso di figura 4.4, indicare quale diagramma corrisponde esattamente alle attività proposte.

Stabilire l'allenamento settimanale

- Salire sulla bilancia lontano dai pasti; - il BMI è a livelli ottimali?;

Sì: - Allenamento di mantenimento.

No: - Allenamento di potenziamento; - allenamento di mantenimento.

- A diagrammi 1
- B diagrammi 2
- C diagrammi 3
- D diagrammi 4
- E diagrammi 5

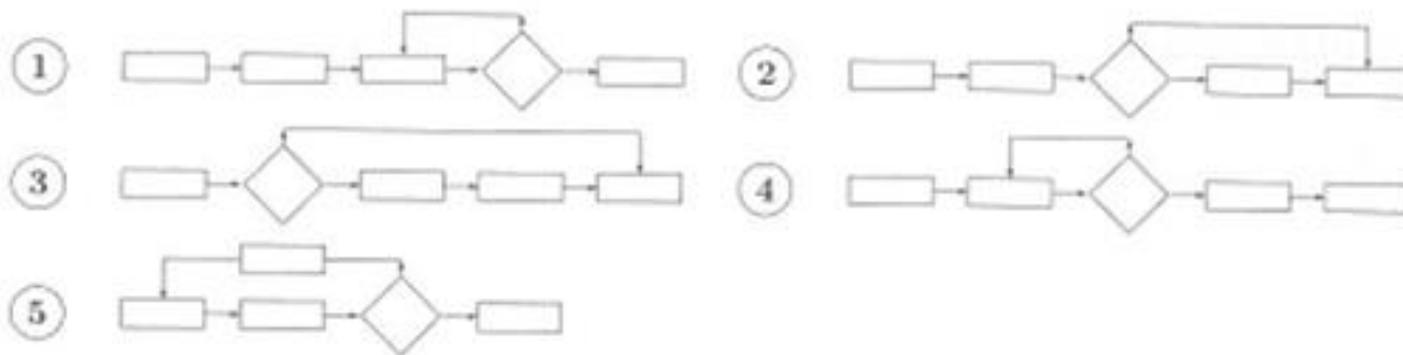


Figura 4.4: Diagrammi di flusso

- 37) Sulla base dei diagrammi di flusso di figura 4.4, indicare quale diagramma corrisponde esattamente alle attività proposte.

Stabilire l'allenamento settimanale

- Salire sulla bilancia lontano dai pasti; - il BMI è a livelli ottimali?;

Si: - Allenamento di mantenimento.

No: - Allenamento di potenziamento; - allenamento di mantenimento.

- A diagrammi 1
- B diagrammi 2
- C diagrammi 3
- D diagrammi 4
- E diagrammi 5

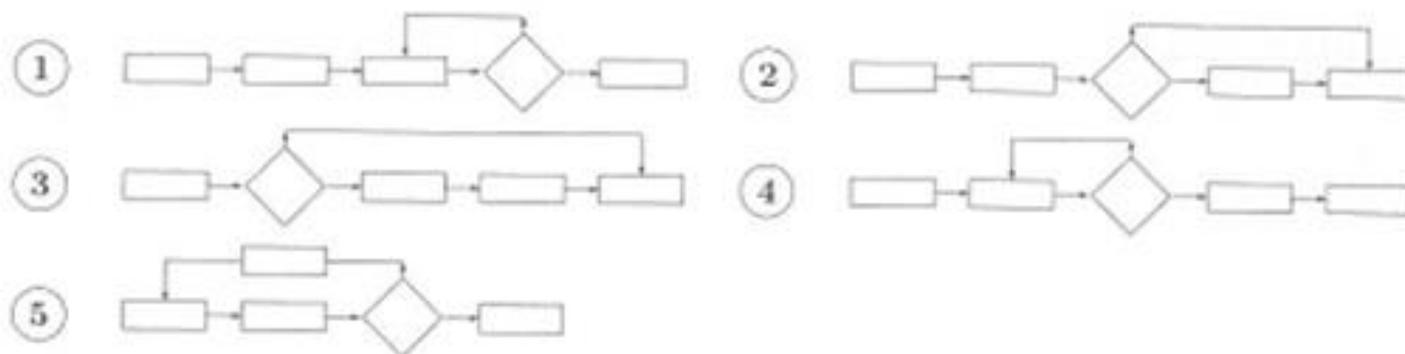


Figura 4.4: Diagrammi di flusso

- 37) La risposta corretta è la **B**. L'evento con due esiti deve essere collocato in seconda posizione e deve prevedere un esito che faccia saltare in avanti di due eventi, come nel diagramma 2.

38) Sulla base dei diagrammi di flusso di figura 4.4, indicare quale diagramma corrisponde esattamente alle attività proposte.

Cercare la password per una rete internet

- generare una lista di password comuni;
- scrivere un programma che prova tutte le password della lista automaticamente;
- Password trovata?;

Sì: - Comunicare al proprietario che la sua rete non è sicura.

No: - Assicurarsi dell'assenza di problemi tecnici; - generare una lista di password comuni.

- A diagrammi 1
- B diagrammi 2
- C diagrammi 3
- D diagrammi 4
- E diagrammi 5

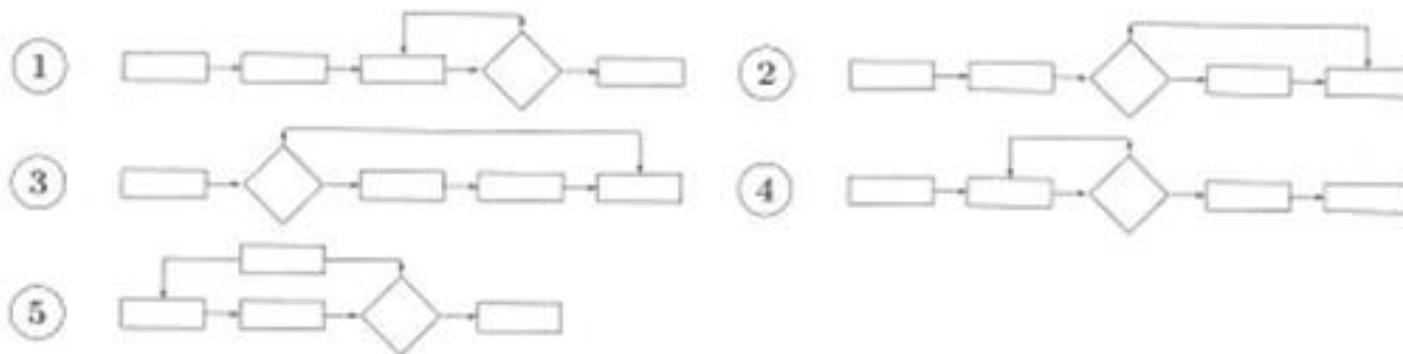


Figura 4.4: Diagrammi di flusso

38) Sulla base dei diagrammi di flusso di figura 4.4, indicare quale diagramma corrisponde esattamente alle attività proposte.

Cercare la password per una rete internet

- generare una lista di password comuni;
- scrivere un programma che prova tutte le password della lista automaticamente;
- Password trovata?;

Sì: - Comunicare al proprietario che la sua rete non è sicura.

No: - Assicurarsi dell'assenza di problemi tecnici; - generare una lista di password comuni.

- A diagrammi 1
- B diagrammi 2
- C diagrammi 3
- D diagrammi 4
- E diagrammi 5

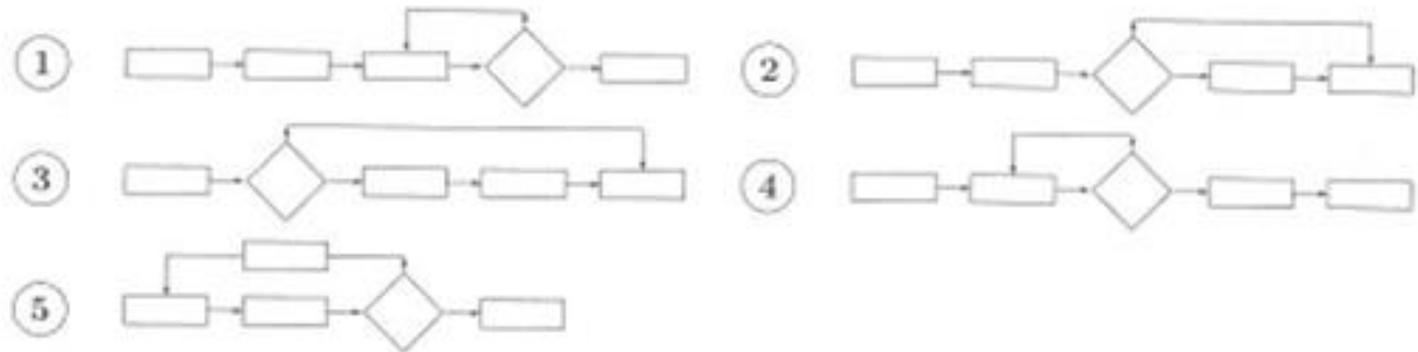
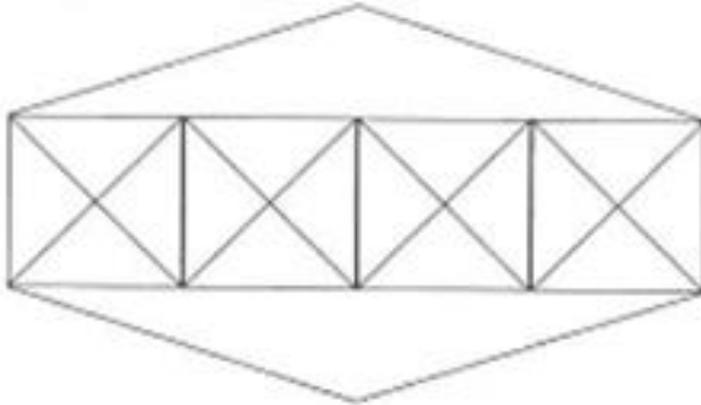


Figura 4.4: Diagrammi di flusso

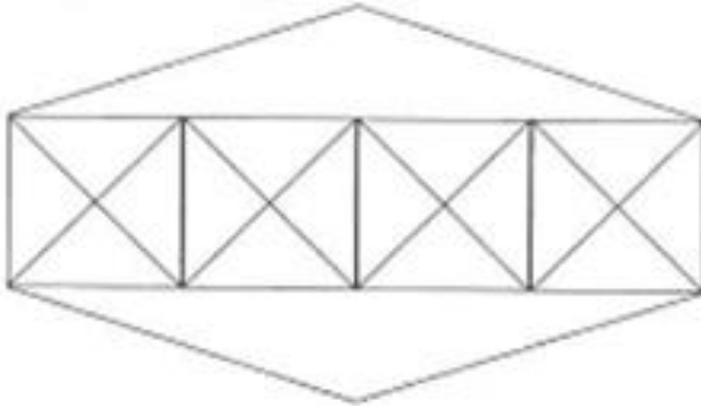
38) La risposta corretta è la **E**. L'evento con due esiti deve essere collocato in terza posizione e deve prevedere un esito che faccia tornare all'inizio del diagramma passando per un evento a singolo esito, come nel diagramma 5.

39) Quanti triangoli compongono la seguente figura?



- A 36
- B 38
- C 40
- D 42
- E 44

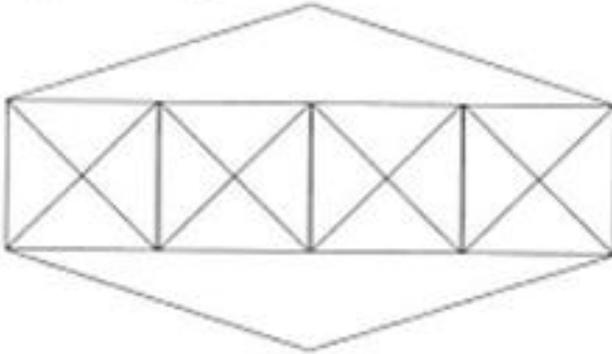
39) Quanti triangoli compongono la seguente figura?



- A 36
- B 38
- C 40
- D 42
- E 44

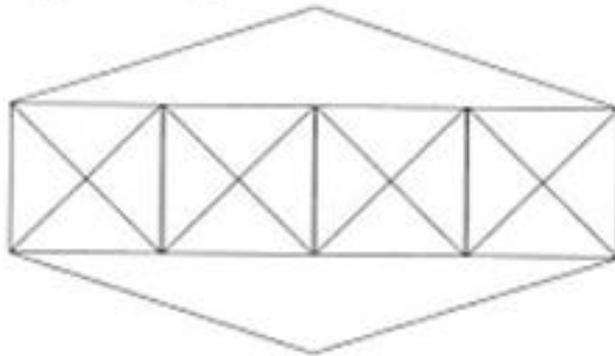
39) La risposta corretta è la **C**. In questo caso bisogna prestare attenzione ai triangoli che si formano dall'unione delle diagonali di quadrati diversi.

40) Quanti quadrati compongono la seguente figura?



- A 7
- B 9
- C 10
- D 8
- E 2

40) Quanti quadrati compongono la seguente figura?



- A 7
- B 9
- C 10
- D 8
- E 2

40) La risposta corretta è la **A**. L'unica difficoltà sta nel riconoscere i quadrati ruotati di 45 gradi come quadrati.

# LOGICA ASTRATTA



*Centro Studi  
Colombo*

*PROBLEM SOLVING*

*FRAZIONI – PROPORZIONI*

# FRAZIONI

Una frazione è una coppia ordinata di numeri  $(a, b)$ , con  $b$  non nullo, che assume il valore numerico  $a : b$  e viene indicata con

$$\frac{a}{b}$$

$a$  è detto *numeratore* e  $b$  è detto *denominatore*.

Le frazioni si possono ovviamente esprimere in termini di numeri decimali se calcoliamo la divisione tra numeratore e denominatore:

$$\frac{2}{5} = 0,4$$

$2/5$  è detta *frazione generatrice* di 0,4.

# FRAZIONI

Una frazione si dice *propria* se il numeratore è minore del denominatore, *impropria* se il denominatore è maggiore del numeratore e *apparente* se il numeratore è multiplo del denominatore.

$$\text{Propria: } \frac{3}{7} \quad \text{Impropria: } \frac{10}{3} \quad \text{Apparente: } \frac{8}{2}$$

Due frazioni si dicono *equivalenti* se assumono lo stesso valore, cioè se sono frazioni generatrici dello stesso numero.

$$\frac{3}{5} = 0,6 \quad \frac{6}{10} = 0,6$$

Da questo si deduce che data una frazione è possibile ricavarne una equivalente moltiplicando o dividendo numeratore e denominatore per lo stesso numero  $n$ , ad esempio:

$$\frac{a}{b} = \frac{n \cdot a}{n \cdot b}$$

Una frazione si dice *ridotta ai minimi termini* se il massimo comun divisore (MCD) tra numeratore e denominatore è 1 (numeri primi tra loro).

Nei problemi con frazioni sono presenti i seguenti dati:

- la quantità totale ( $t$ );
- una parte ( $p$ ) della quantità totale;
- una frazione ( $a/b$ ) che rappresenta una parte della quantità totale.

Le domande possibili sono:

- Data la frazione e il totale determinare la parte.

Si risolve applicando la formula:

$$p = t \cdot \frac{a}{b}$$

- Data la frazione e la parte determinare il totale.

Si risolve applicando la formula:

$$t = p \cdot \frac{a}{b}$$

- Dato il totale e la parte determinare la frazione corrispondente.

Si risolve applicando la formula:

$$\frac{a}{b} = \frac{p}{t}$$

# FRAZIONI

I due terzi degli avvistamenti UFO sono attribuibili ad aeroplani e i tre quarti della rimanenza sono attribuibili a palloni meteorologici. Se in un anno vi sono 108 avvistamenti di UFO, quanti di questi non sono attribuibili né ad aeroplani né a palloni meteorologici?

- A 9 avvistamenti
- B 28 avvistamenti
- C 36 avvistamenti
- D 4 avvistamenti
- E 11 avvistamenti

Iniziamo a tradurre in linguaggio matematico i dati forniti dal problema, partendo dal dato numerico:

- avvistamenti totali: 108
- avvistamenti da aeroplani:  $(2/3) \cdot 108 = 72$
- rimanenza:  $108 - 72 = 36$
- avvistamento da palloni meteorologici:  $(3/4) \cdot 36 = 27$
- avvistamento da altri:  $108 - (72 + 27) = 9$

La risposta corretta è **A**.

Data una certa quantità  $x$ , se ne può calcolare la frazione, moltiplicandola per la quantità stessa.

Ad esempio se la nostra quantità è  $x = 120$  e vogliamo calcolarne i  $3/5$  allora scriveremo:

$$\frac{3}{5} \cdot 120 = \frac{3}{\cancel{5}} \cdot \cancel{120}^{24} = 3 \cdot 24 = 72$$

Un quesito semplice che coinvolge le frazioni è il seguente.

.....  
**Esempio**

A quanto ammontano i  $3/4$  di 124?

- A. 95
- B. 93
- C. 102
- D. 88
- E. 112

Calcoliamo i  $3/4$  di 124:

$$\frac{3}{\cancel{4}} \cdot \cancel{124}^{31} = 3 \cdot 31 = 93$$

La risposta corretta è la B.

# FRAZIONI

## Esempio

- I  $\frac{2}{5}$  di una quantità sono pari a 12, quanto vale tale quantità?
- A. 34
  - B. 32
  - C. 30
  - D. 40
  - E. 60

Detta  $x$  la quantità incognita, possiamo scrivere che i  $\frac{2}{5}$  di  $x$  sono uguali a 12:

$$\frac{2}{5} \cdot x = 12 \Rightarrow x = \frac{5}{2} \cdot 12 = 5 \cdot 6 = 30$$

La risposta corretta è la C.

## Esempio

Giacomo ha visto i  $\frac{4}{9}$  di un film. Sapendo che ne ha visti 88 minuti, per quanti minuti ancora deve rimanere davanti allo schermo per arrivare a vedere la fine del film?

- A. 110
- B. 198
- C. 121
- D. 99
- E. 132

Sia  $x$  la durata dell'intero film. Se Giacomo ne ha visti i  $\frac{4}{9}$ , cioè 88 minuti, allora vuol dire che i  $\frac{4}{9}$  di  $x$  sono pari a 88 minuti:

$$\frac{4}{9} \cdot x = 88 \Rightarrow x = \frac{9}{4} \cdot 88 = 9 \cdot 22 = 198$$

L'intero film dura 198 minuti

I minuti che ancora deve vedere sono:  $198 - 88 = 110$ . La risposta corretta è A.

## Esempio

Un giocatore incallito possiede un certo capitale ma ne perde i  $\frac{2}{3}$  in una serata al casinò. La sera successiva, con ciò che gli è rimasto, ritorna al casinò per rifarsi e raddoppia i suoi averi. Cosa possiamo affermare sul capitale iniziale?

- A. Il capitale iniziale è aumentato di  $\frac{1}{3}$
- B. Il capitale iniziale è diminuito di  $\frac{1}{3}$
- C. Il capitale iniziale è aumentato di  $\frac{1}{2}$
- D. Il capitale iniziale è diminuito di  $\frac{1}{2}$
- E. Il capitale iniziale è rimasto invariato

Sia  $x$  la somma inizialmente a disposizione del giocatore. Egli ne perde i  $\frac{2}{3}$  per cui ciò che gli rimane è pari a  $\frac{1}{3}$  della somma iniziale:

$$x - \frac{2}{3} \cdot x = \frac{3x - 2x}{3} = \frac{1}{3}x$$

Il giorno dopo il giocatore riesce a raddoppiare tale cifra, quindi alla fine possiederà:

$$2 \cdot \frac{1}{3}x = \frac{2}{3}x$$

Alla fine delle due giornate, il giocatore avrà i  $\frac{2}{3}$  di quello che inizialmente possedeva; per cui avrà perso  $\frac{1}{3}$  del suo capitale. La risposta corretta è B.

Una palla è talmente elastica che, dopo ogni rimbalzo sul terreno, raggiunge i  $\frac{2}{5}$  dell'altezza precedente.

Da quale altezza è stata fatta cadere se dopo 4 rimbalzi raggiunge ancora i 32 centimetri:

A 5 metri.

B 10 metri.

C 12,5 metri.

D 25 metri.

E 60 metri.

# FRAZIONI

Una palla è talmente elastica che, dopo ogni rimbalzo sul terreno, raggiunge i  $\frac{2}{5}$  dell'altezza precedente.

Da quale altezza è stata fatta cadere se dopo 4 rimbalzi raggiunge ancora i 32 centimetri:

A 5 metri.

B 10 metri.

C 12,5 metri.

D 25 metri.

E 60 metri.

Ad ogni rimbalzo si trova a  $\frac{2}{5}$  dell'altezza precedente  
quindi se andiamo a ritroso:

4° salto = arrivo a 32 cm -> altezza di partenza  $32 \cdot \frac{5}{2} = 80$  cm

3° salto = arrivo a 80 cm -> altezza di partenza (stesso procedimento) = 200 cm = 2 m

2° salto = arrivo a 2 m -> partenza = 5 m

1° salto = arrivo a 5 m -> partenza = 12.5 m

risposta C

# FRAZIONI

Una palla è talmente elastica che, dopo ogni rimbalzo sul terreno, raggiunge i  $\frac{2}{5}$  dell'altezza precedente.

Da quale altezza è stata fatta cadere se dopo 4 rimbalzi raggiunge ancora i 32 centimetri:

A 5 metri.

B 10 metri.

C 12,5 metri.

D 25 metri.

E 60 metri.

Detta  $H$  l'altezza iniziale, dopo il primo rimbalzo la palla risalirà fino ad un'altezza

$$x = H \cdot \frac{2}{5}$$

Dopo il secondo rimbalzo la nuova altezza sarà

$$y = x \cdot \frac{2}{5} = H \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2$$

e così via.

Dopo il 4° rimbalzo l'altezza di rimbalzo sarà

$$z = H \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^4$$

Siccome questa altezza è 32 cm avremo

$$H \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^4 = 32 \text{ cm} \implies H = 32 \text{ cm} \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^4 = 1250 \text{ cm}$$

ossia 12,50 m

# INTRODUZIONE

**Esempio:**

Il serbatoio di una stampante a getto d'inchiostro è completamente pieno. Dopo che è stata effettuata la stampa della tesi di uno studente, è pieno per  $\frac{3}{5}$ . La stampa di un tema di un altro studente consuma 20 cc e lascia il serbatoio pieno per  $\frac{2}{5}$ . Qual è la capacità complessiva del serbatoio?

- A 120 cc
- B 100 cc
- C 80 cc
- D 60 cc
- E 50 cc

La stampa del tema determina un consumo di inchiostro tale che il serbatoio della stampante passa da un livello di  $\frac{3}{5}$  ad uno di  $\frac{2}{5}$ , ovvero il consumo di inchiostro per la stampa del tema è stato pari ad  $\frac{1}{5}$  del contenuto del serbatoio. Poiché nella traccia si dice che il consumo di inchiostro per la stampa del tema è stato pari a 20 cc, intuisce che  $\frac{1}{5}$  del serbatoio della stampante equivale a 20 cc di inchiostro. Se  $\frac{1}{5}$  equivale a 20 cc, allora il contenuto del serbatoio è pari a 20 per l'inverso della frazione, ovvero a  $20 \times \frac{5}{1} = 100$  cc.

# PROPORZIONI

Una **proporzione** è un'uguaglianza di rapporti tra grandezze, a due a due omogenee, o fra misure di grandezze.

In una **proporzione**  $a:b=c:d$  i termini **a** e **c** si chiamano **antecedenti**, i termini **b** e **d** **consequenti**, i termini **b** e **c** **medi** e i termini **a** e **d** si dicono **estremi**.

1 <sup>^</sup> termine antecedente		2 <sup>^</sup> termine consequente	=	3 <sup>^</sup> termine antecedente		4 <sup>^</sup> termine consequente
3	:	2	=	6	:	4
estremo		medio		medio		estremo

Se i medi sono uguali la proporzione si dice **continua** e il medio è detto **medio proporzionale**.

36	:	12	=	12	:	4
estremo		medio proporzionale		medio proporzionale		estremo

# PROPRIETA' PROPORZIONI

## Proprietà fondamentale delle proporzioni

### Teorema fondamentale sulle proporzioni numeriche

Quattro numeri reali positivi ordinati sono in proporzione se e soltanto se il prodotto dei medi è uguale al prodotto tra gli estremi.

Da  $a:b=c:d$  segue  $bc = ad$ .

Per calcolare un estremo incognito si divide il prodotto dei medi per l'altro estremo.	$estremo_1 = \frac{medio_1 \cdot medio_2}{estremo_2}$
Per calcolare un medio incognito si divide il prodotto degli estremi per l'altro medio.	$medio_1 = \frac{estremo_1 \cdot estremo_2}{medio_2}$
Per calcolare il medio proporzionale incognito si estrae la radice quadrata del prodotto degli estremi.	$estremo = \sqrt{medioprop \cdot medioprop}$

## Proprietà dell'invertire

Scambiando ogni antecedente con il proprio conseguente si ottiene ancora una proporzione da  $a:b=c:d$  segue  $b:a=d:c$

## Proprietà del permutare

Scambiando fra loro i medi oppure gli estremi si ottiene ancora una proporzione da  $a:b=c:d$  segue  $a:c=b:d$  oppure  $d:b=c:a$

## Proprietà del comporre

La somma tra il primo ed il secondo termine sta al primo (o al secondo) come la somma del terzo e del quarto sta al terzo (o al quarto)

da  $a:b=c:d$  segue  $(a+b):a=(c+d):c$  oppure  $(a+b):b=(c+d):d$

## Proprietà dello scomporre

La differenza tra il primo e il secondo termine sta al primo (o al secondo) come la differenza tra il terzo e il quarto sta al terzo (o al quarto)

da  $a:b=c:d$  segue  $(a-b):a=(c-d):c$  oppure  $(a-b):b=(c-d):d$

## Proprietà del comporre e dello scomporre

La somma tra il primo ed il secondo termine sta alla differenza tra il primo e il secondo termine come la somma del terzo e del quarto sta alla differenza tra il terzo e il quarto

da  $a:b=c:d$  segue  $(a+b):(a-b)=(c+d):(c-d)$

# PROBLEMI DI RIPARTIZIONE SEMPLICE DIRETTA/INVERSA

I problemi di ripartizione semplice sono problemi in cui una grandezza viene ripartita in parti direttamente o inversamente proporzionali ad un gruppo di numeri.

Se le parti sono direttamente proporzionali al gruppo di numeri si parla di ripartizione semplice diretta, se al contrario sono inversamente proporzionali si parla di ripartizione semplice inversa.

problema di ripartizione semplice diretta.

*Ripartisci il numero 30 in parti direttamente proporzionali ai numeri 5, 3 e 2.*

Indichiamo con  $x$ ,  $y$  e  $z$  le tre parti in cui sarà divisa la grandezza. Sappiamo che ciascuna parte è direttamente proporzionale ai numeri 5, 3 e 2 e possiamo scrivere questa relazione sotto forma di catena di rapporti:

$$x : 5 = y : 3 = z : 2$$

Inoltre sappiamo che  $x + y + z = 30$

# PROBLEMI DI RIPARTIZIONE SEMPLICE DIRETTA/INVERSA

Ripartisci il numero 30 in parti direttamente proporzionali ai numeri 5, 3 e 2.

Indichiamo con  $x$ ,  $y$  e  $z$  le tre parti in cui sarà divisa la grandezza. Sappiamo che ciascuna parte è direttamente proporzionale ai numeri 5, 3 e 2 e possiamo scrivere questa relazione sotto forma di catena di rapporti:

$$x : 5 = y : 3 = z : 2$$

Inoltre sappiamo che  $x + y + z = 30$

Adesso applichiamo la proprietà del comporre della catena di rapporti, secondo cui la somma degli antecedenti sta alla somma dei conseguenti come ciascun antecedente sta al proprio conseguente.

$$(x + y + z) : (5 + 3 + 2) = x : 5$$

$$30 : 10 = x : 5$$

$$(x + y + z) : (5 + 3 + 2) = y : 3$$

$$30 : 10 = y : 3$$

$$(x + y + z) : (5 + 3 + 2) = z : 2$$

$$30 : 10 = z : 2$$



$$x = 15$$

$$y = 9$$

$$z = 6$$

# PROBLEMI DI RIPARTIZIONE SEMPLICE DIRETTA/INVERSA

Ora proviamo a risolvere il seguente problema di ripartizione semplice inversa.

Ripartisci il numero 600 in parti inversamente proporzionali ai numeri 15, 60 e 20.

Anche qui indichiamo con  $x$ ,  $y$  e  $z$  le tre parti in cui verrà suddiviso il 600. Esse sono inversamente proporzionali ai numeri 15, 60 e 20 e possiamo scrivere questo legame sotto forma di uguaglianza di prodotti:

$$x * 15 = y * 60 = z * 20$$

Dobbiamo trasformare quest'uguaglianza di prodotti in una catena di rapporti.

Un prodotto fra due numeri si può considerare come il quoziente che si ottiene dividendo il primo per l'inverso del secondo. La nostra uguaglianza di prodotti diventerà perciò la seguente catena di rapporti:

$$x : \frac{1}{15} = y : \frac{1}{60} = z : \frac{1}{20}$$

Adesso applichiamo la proprietà del comporre delle catene di rapporti come abbiamo fatto prima, tenendo conto che  $x + y + z = 600$ .

$$(x + y + z) : \left( \frac{1}{15} + \frac{1}{60} + \frac{1}{20} \right) = x : \frac{1}{15}$$

$$600 : \frac{2}{15} = x : \frac{1}{15}$$

$$(x + y + z) : \left( \frac{1}{15} + \frac{1}{60} + \frac{1}{20} \right) = y : \frac{1}{60}$$

$$600 : \frac{2}{15} = y : \frac{1}{60}$$

$$(x + y + z) : \left( \frac{1}{15} + \frac{1}{60} + \frac{1}{20} \right) = z : \frac{1}{20}$$

$$600 : \frac{2}{15} = z : \frac{1}{20}$$



$$x = 300$$

$$y = 75$$

$$z = 225$$

# PROBLEMI DI RIPARTIZIONE COMPOSTA

Tre famiglie, composte rispettivamente da 3, 4, 5 persone, hanno trascorso le vacanze estive in un agriturismo. La prima famiglia vi ha soggiornato 12 giorni, la seconda 19 e la terza 21. Se la spesa complessiva è stata di 8680 euro, quanto ha speso ogni famiglia?

- Le grandezze interessate sono: quota per ogni famiglia, numero dei giorni trascorsi nell'agriturismo e numero dei componenti di ogni famiglia. Le ultime due grandezze sono direttamente proporzionali alla quota per ogni famiglia.
- Indicando con  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , la quota spesa rispettivamente da ogni famiglia, possiamo compilare il seguente schema:

quote euro	n° componenti famiglia	n° giorni
$x$	3	12
$y$	4	19
$z$	5	21

# PROBLEMI DI RIPARTIZIONE COMPOSTA

Tre famiglie, composte rispettivamente da 3, 4, 5 persone, hanno trascorso le vacanze estive in un agriturismo. La prima famiglia vi ha soggiornato 12 giorni, la seconda 19 e la terza 21. Se la spesa complessiva è stata di 8680 euro, quanto ha speso ogni famiglia?

- Le grandezze interessate sono: quota per ogni famiglia, numero dei giorni trascorsi nell'agriturismo e numero dei componenti di ogni famiglia. Le ultime due grandezze sono direttamente proporzionali alla quota per ogni famiglia.

Le quote sono direttamente proporzionali al prodotto del numero dei componenti di ogni famiglia per il numero di giorni trascorsi in montagna.

quote euro	n° quote individuali per famiglia
$x$	36
$y$	76
$z$	105

# PROBLEMI DI RIPARTIZIONE COMPOSTA

Tre famiglie, composte rispettivamente da 3, 4, 5 persone, hanno trascorso le vacanze estive in un agriturismo. La prima famiglia vi ha soggiornato 12 giorni, la seconda 19 e la terza 21. Se la spesa complessiva è stata di 8680 euro, quanto ha speso ogni famiglia?

Si ottiene quindi un problema di ripartizione semplice diretta e possiamo scrivere

$$x : 36 = y : 76 = z : 105$$

- Applicando la proprietà del comporre e sapendo che:

$$x + y + z = 8680$$

avremo:

$$8680 : 217 = x : 36$$

$$8680 : 217 = y : 76$$

$$8680 : 217 = z : 105$$

# PROBLEMI DI RIPARTIZIONE COMPOSTA

Tre famiglie, composte rispettivamente da 3, 4, 5 persone, hanno trascorso le vacanze estive in un agriturismo. La prima famiglia vi ha soggiornato 12 giorni, la seconda 19 e la terza 21. Se la spesa complessiva è stata di 8680 euro, quanto ha speso ogni famiglia?

$$x = \frac{8680^{40} \cdot 36}{217_1} = 1440$$

$$y = \frac{8680^{40} \cdot 76}{217_1} = 3040$$

$$z = \frac{8680^{40} \cdot 105}{217_1} = 4200$$

La prima famiglia spenderà quindi 1440 euro, la seconda 3040 euro e la terza 4200 euro.

# PROBLEMI DI RIPARTIZIONE COMPOSTA

**Risolvi il problema di ripartizione composta:**

Un'eredità di 19 140 euro viene ripartita fra tre eredi in parti direttamente proporzionali alla loro età che è rispettivamente di 25, 28 e 37 anni e al numero dei loro figli che è 2, 3 e 5. Quanto spetta a ciascun erede?

[€ 3 000; € 5 040; € 11 100]

# PROBLEMI DI RIPARTIZIONE COMPOSTA

*tre impiegati di un ufficio devono dividersi un premio di 3.000 euro in parti direttamente proporzionali al numero dei figli, che sono rispettivamente 1, 2 e 3, e inversamente proporzionali ai giorni di assenza, che sono rispettivamente 5, 10 e 7.*

*Quanto spetta a ciascuno?*

# PROBLEMI DI RIPARTIZIONE COMPOSTA



*tre impiegati di un ufficio devono dividersi un premio di 3.000 euro in parti direttamente proporzionali al numero dei figli, che sono rispettivamente 1, 2 e 3, e inversamente proporzionali ai giorni di assenza, che sono rispettivamente 5, 10 e 7.*

*Quanto spetta a ciascuno?*

Quindi ci troviamo di fronte ad un **PROBLEMA di RIPARTIZIONE COMPOSTA MISTA.**

# PROBLEMI DI RIPARTIZIONE COMPOSTA

*tre impiegati di un ufficio devono dividersi un premio di 3.000 euro in parti direttamente proporzionali al numero dei figli, che sono rispettivamente 1, 2 e 3, e inversamente proporzionali ai giorni di assenza, che sono rispettivamente 5, 10 e 7.*

*Quanto spetta a ciascuno?*

Così come abbiamo visto nelle slide precedenti chiamiamo **x**, **y** e **z**, le somme spettanti a ciascun impiegato: la loro somma deve essere pari a **3.000**.

Tali somme devono essere:

- **direttamente proporzionali a 1, 2 e 3;**
- **inversamente proporzionali a 5, 10 e 7.**

Quindi possiamo scrivere:

$$\mathbf{x + y + z = 3.000.}$$

# PROBLEMI DI RIPARTIZIONE COMPOSTA

*tre impiegati di un ufficio devono dividersi un premio di 3.000 euro in parti direttamente proporzionali al numero dei figli, che sono rispettivamente 1, 2 e 3, e inversamente proporzionali ai giorni di assenza, che sono rispettivamente 5, 10 e 7.*

*Quanto spetta a ciascuno?*

$$x : 1/5 = y : 1/5 = z : 3/7$$

# PROBLEMI DI RIPARTIZIONE COMPOSTA

*tre impiegati di un ufficio devono dividersi un premio di 3.000 euro in parti direttamente proporzionali al numero dei figli, che sono rispettivamente 1, 2 e 3, e inversamente proporzionali ai giorni di assenza, che sono rispettivamente 5, 10 e 7.*

*Quanto spetta a ciascuno?*

Ma noi sappiamo che in una **SERIE DI RAPPORTI UGUALI** la **SOMMA DEGLI ANTECEDENTI** sta alla **SOMMA DEI CONSEGUENTI** come **UN ANTECEDENTE** sta al **SUO CONSEGUENTE**.

Quindi possiamo scrivere:

$$(x + y + z) : (1/5 + 1/5 + 3/7) = x : 1/5$$

$$(x + y + z) : (1/5 + 1/5 + 3/7) = y : 1/5$$

$$(x + y + z) : (1/5 + 1/5 + 3/7) = z : 3/7$$

# PROBLEMI DI RIPARTIZIONE COMPOSTA

*tre impiegati di un ufficio devono dividersi un premio di 3.000 euro in parti direttamente proporzionali al numero dei figli, che sono rispettivamente 1, 2 e 3, e inversamente proporzionali ai giorni di assenza, che sono rispettivamente 5, 10 e 7.*

*Quanto spetta a ciascuno?*

Ma dato che noi sappiamo che

$$x + y + z = 3.000$$

avremo:

$$3.000 : (1/5 + 1/5 + 3/7) = x : 1/5$$

$$3.000 : (1/5 + 1/5 + 3/7) = y : 1/5$$

$$3.000 : (1/5 + 1/5 + 3/7) = z : 3/7$$

# PROBLEMI DI RIPARTIZIONE COMPOSTA

*tre impiegati di un ufficio devono dividersi un premio di 3.000 euro in parti direttamente proporzionali al numero dei figli, che sono rispettivamente 1, 2 e 3, e inversamente proporzionali ai giorni di assenza, che sono rispettivamente 5, 10 e 7.*

*Quanto spetta a ciascuno?*

Ma dato che noi sappiamo che

$$x + y + z = 3.000$$

avremo:

$$3.000 : (1/5 + 1/5 + 3/7) = x : 1/5$$

$$3.000 : (1/5 + 1/5 + 3/7) = y : 1/5$$

$$3.000 : (1/5 + 1/5 + 3/7) = z : 3/7$$

# PROBLEMI DI RIPARTIZIONE COMPOSTA

*tre impiegati di un ufficio devono dividersi un premio di 3.000 euro in parti direttamente proporzionali al numero dei figli, che sono rispettivamente 1, 2 e 3, e inversamente proporzionali ai giorni di assenza, che sono rispettivamente 5, 10 e 7.*

*Quanto spetta a ciascuno?*

Quindi troviamo i valori di **x**, **y** e **z**:

$$x = \frac{3.000}{\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{3}{7}} \times \frac{1}{5} = 724$$

$$y = \frac{3.000}{\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{3}{7}} \times \frac{1}{5} = 724$$

$$z = \frac{3.000}{\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{3}{7}} \times \frac{3}{7} = 1.552$$